PolyCalc, manuel

Nguyen Phuc-Thien Thomas

25 octobre 2014

Table des matières

1 Présentation **1**

2 Description de l'interface graphique **2**

2.1 Fenêtre principale, calcul numérique 2

2.1.1 Calcul numérique 2

2.1.2 Changement de la précision 3

2.1.3 Historique 3

2.2 Les polynômes et leur représentation graphique 4

2.2.1 Interface des polynômes 4

2.2.2 Graphique 2D 5

2.2.3 Sauvegarde du graphique 8

2.3 Outils supplémentaires pour les polynômes 9

2.3.1 Calcul approximé des racines à l'aide de la méthode de Newton . . 9

2.3.2 Évaluation en un point 10

2.3.3 Évaluation sur des intervalles 11

2.3.4 Intégration définie 12

3 Limites de PolyCalc **13**

Notes Le document est écrit en suivant les recommandations de 1990 du français. Le traitement de texte est LaTeX. Version du manuel : 0.9-β2, présente les fonctions de la version 0.9-β3 de `PolyCalc`. Version soumise pour le travail de maturité.

1 Présentation

`PolyCalc` (« Poly » comme « polynôme », ou comme « polyvalent » ; « Calc » comme « calculatrice »), est une calculatrice graphique multifonction utilisable sur l'ordinateur (systèmes Windows et Linux).

Ce programme est basé sur la bibliothèque `Algébra`, écrite par le même auteur, ce qui permet d'avoir une idée de sa puissance. Le présent document est le manuel officiel de `PolyCalc`, et vous permettra de connaitre et maitriser les fonctions proposées.

2 Description de l'interface graphique

2.1 Fenêtre principale, calcul numérique

2.1.1 Calcul numérique

Lorsque vous ouvrez le programme, vous avez ceci :

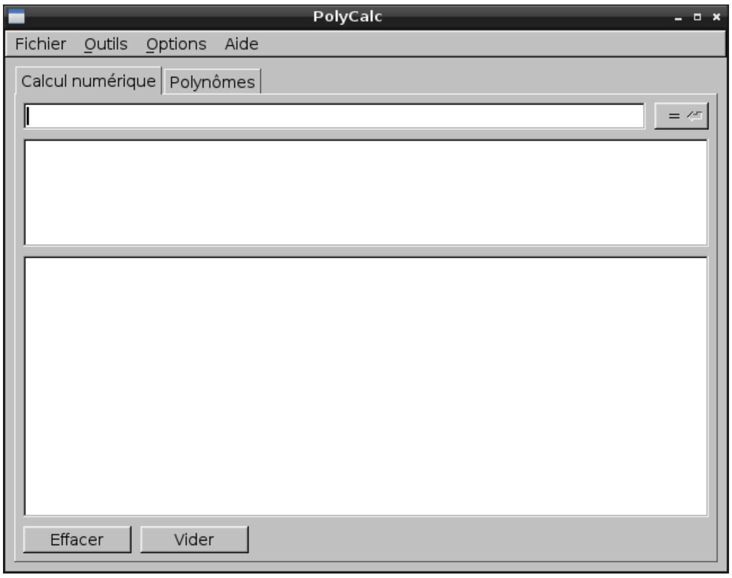

Fig. 1 – PolyCalc tel qu'il apparait à l'ouverture.

Vous y voyez un menu, des onglets, une zone de saisie (la boite blanche tout en haut), un bouton d'entrée à sa droite, et des boutons « Effacer » et « Vider ». Vous voilà face à la fonctionnalité de calcul numérique de PolyCalc. Le principe est le suivant : entrez une chaine d'opération numérique quelconque dans la première case. Appuyez sur le bouton à côté, ou sur la touche Entrée du clavier. La calculatrice vous fait le calcul, et donnera sa réponse dans la troisième zone :

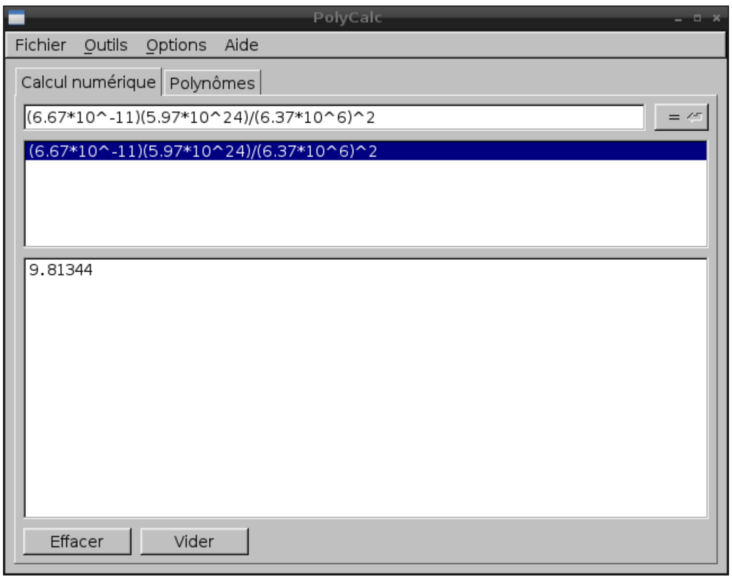

Fig. 2 – Calcul de physique tirant parti de la gestion des chaines d'opérations.

2.1.2 Changement de la précision

Il est possible de changer le nombre de décimales affichées, qui vaut par défaut 6, à 12, par exemple (le calcul donnera alors `9.813440652193`). On peut même mettre en valeur exacte la réponse : `3981990/405769`. On effectue cela en changeant les options dans le menu : `Options > Préférences`, l'onglet `Précision`.

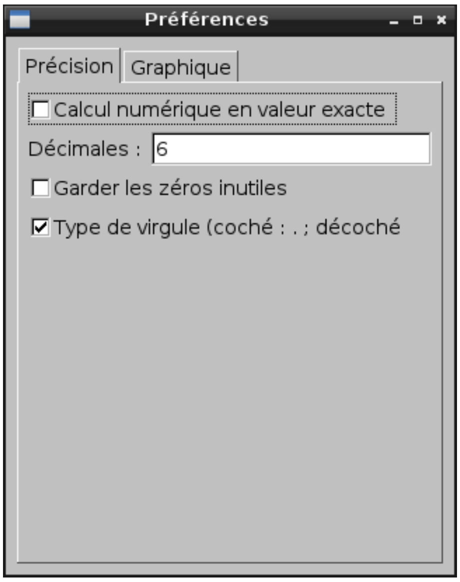

Fig. 3 – La première case à cocher indique si on est en valeur exacte (afficher en fractions), ou si on est en valeur approchée (affichage décimal). Les options suivantes ne concernent que le cas où on affiche en valeur approchée. La case en-dessous permet de spécifier combien de chiffres après la virgule afficher. La case à cocher « Garder les zéros inutiles » porte bien son nom : par exemple, même si on a une précision de six décimales, la valeur $\frac{1}{2}$ n'en a besoin que d'une : `0.5`. En cochant cette case, on force l'affichage des zéros inutiles : `0.500000`. Enfin, la dernière case permet de choisir quelle virgule afficher (`0.5` ou `0,5`).

2.1.3 Historique

La deuxième zone permet de stocker un historique des chaines numériques entrées. Vous pouvez effacer celui qui est sélectionné à l'aide du bouton « Effacer », ou même tout vider avec le bouton à sa droite. Si une chaine invalide est entrée, par exemple s'il n'y a pas autant de parenthèses ouvrantes que fermantes, la saisie n'est pas enregistrée, et une erreur s'affiche dans la zone de réponse.

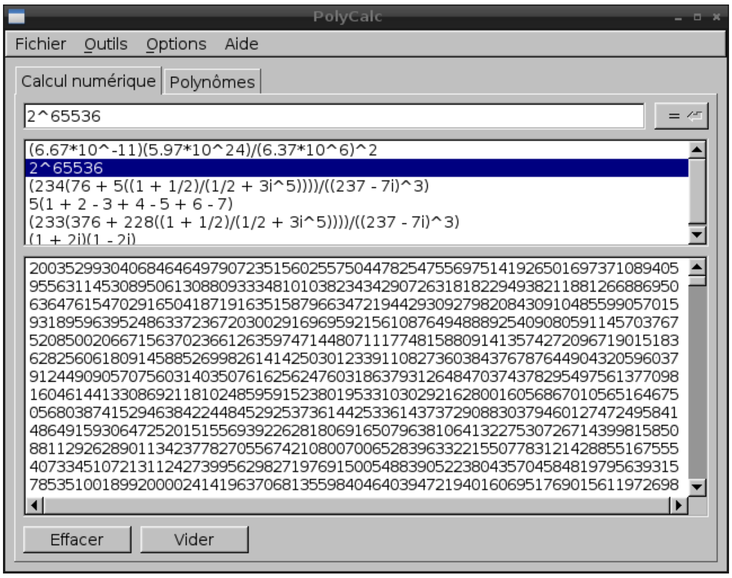

Fig. 4 – Plusieurs calculs plus tard... Le calcul sélectionné témoigne du support des nombres arbitrairement grands d'`Algébra`, 2^{65536} aurait fait un « Overflow Limit » dans la plupart des calculatrices.

2.2 Les polynômes et leur représentation graphique

2.2.1 Interface des polynômes

Passons maintenant à la gestion des polynômes. L'interface est très similaire à celle des opérations numériques. Voici à quoi ça ressemble, après avoir entré quelques polynômes :

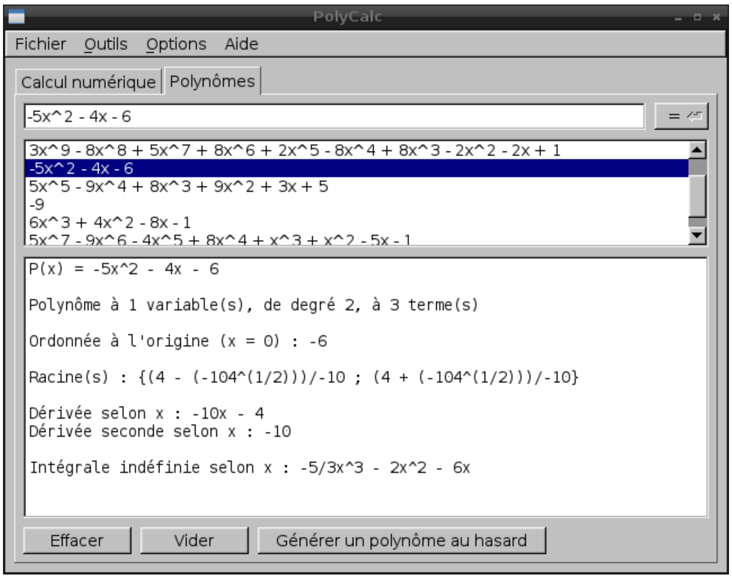

Fig. 5 – Interface des polynômes.

Dans la zone de résultat, on y voit quelques informations relatives au polynôme entré. Les informations sont les suivantes :

- Le polynôme entièrement développé. Il est possible d'entrer des polynômes factorisés ou partiellement factorisés : ceux-ci seront automatiquement développés (car on ne sait que stocker des polynômes développés), ce qui peut être utile si on a un exercice qui demande de développer des polynômes comme $(x^2+4x+7)(x^2-x+1)$: `PolyCalc` vous permet de connaitre facilement la réponse : $x^4+3x^3+4x^2-3x+7$.

- Des informations générales (combien il y a de variables, le degré du polynôme, et combien il y a de termes)
- L'ordonnée à l'origine, donc l'image de zéro.
- Si le polynôme est de degré un ou deux, ses racines sont calculées, à l'aide des formules $ax+b=0 \Leftrightarrow x=-\frac{b}{a}$ et la formule de Viète. La classe `NumericExpression` permet de stocker des racines comme les deux que vous voyez sur l'image (qui sont $\frac{4\pm\sqrt{-104}}{-10}$, donc des solutions complexes) !
- La dérivée du polynôme et la dérivée seconde. Cela peut être utile pour étudier la croissance et la concavité/convexité du polynôme.
- Une primitive du polynôme, celle avec un coefficient nul.

Il est également possible d'entrer des polynômes à plusieurs variables :

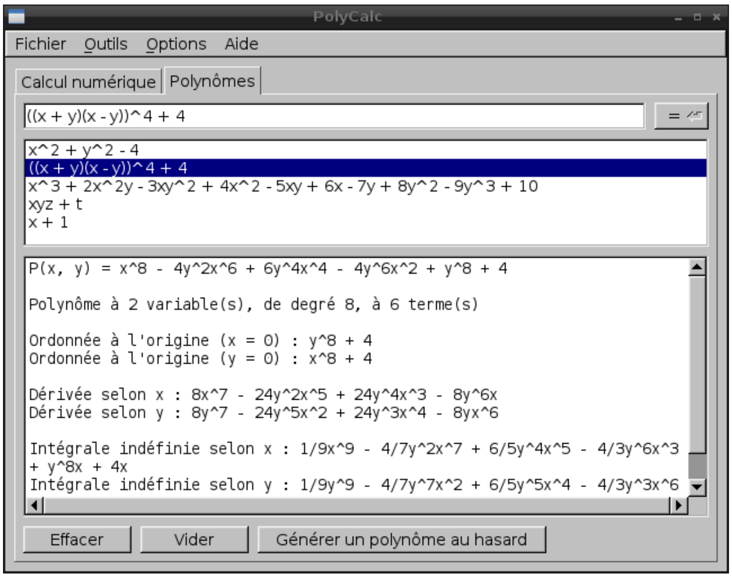

Fig. 6 – Les ordonnées à l'origine, dérivées et intégrales se font alors pour chaque variable.

2.2.2 Graphique 2D

Les polynômes à une variable peuvent être représentés graphiquement en allant dans le menu : `Outils > Graphique 2D`. Cela ouvre une fenêtre, et on obtient par exemple :

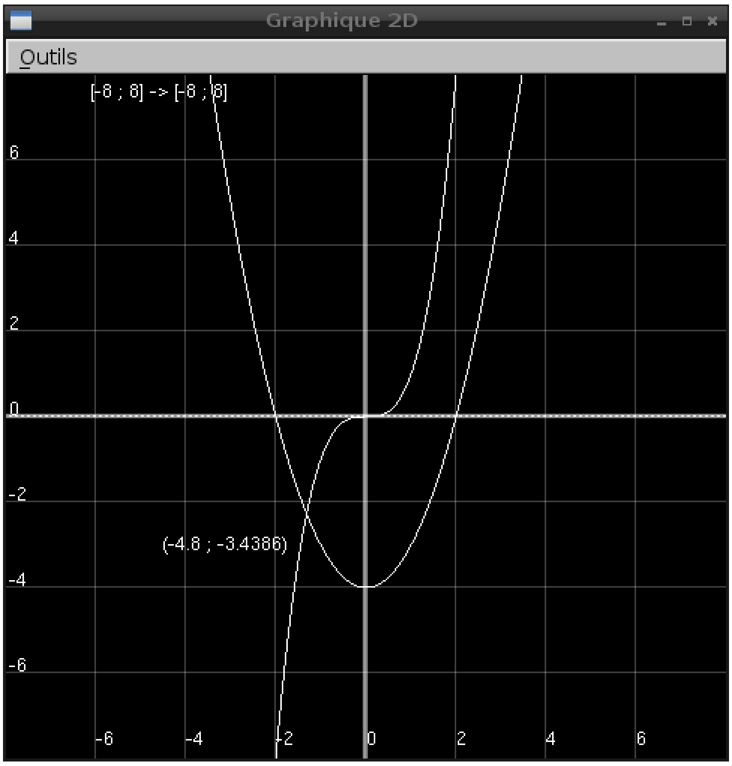

Fig. 7 – Représentation graphique de $x^2 - 4$ et x^3. Il est possible de zoomer avec la roulette, ou le clic droit, ou encore de déplacer le graphique. Le zoom par le clic droit se fait en maintenant appuyé le bouton droit de la souris, et en ajustant la zone surlignée pour restreindre le champ de vision.

Dans les outils, on propose de changer l'apparence de chaque graphe (couleur, opacité, épaisseur, nombre de points), et la zone de vision. Le polynôme dont on change l'apparence est celui qui est sélectionné dans la fenêtre principale. On permet également de choisir un repère orthonormé, en prenant en compte les dimensions de la fenêtre du graphique.

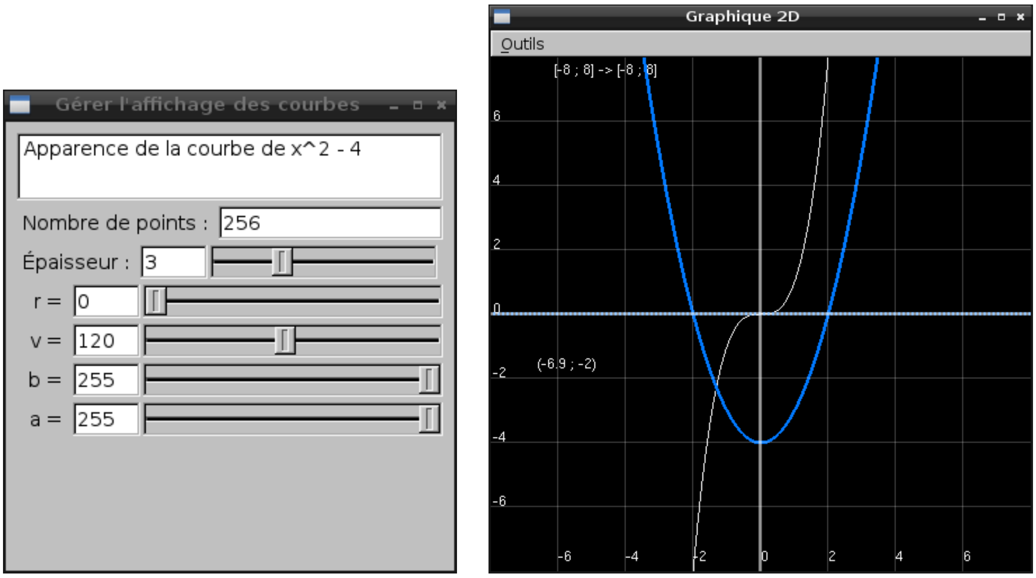

Fig. 8 – Changement de l'apparence du graphe et résultat.

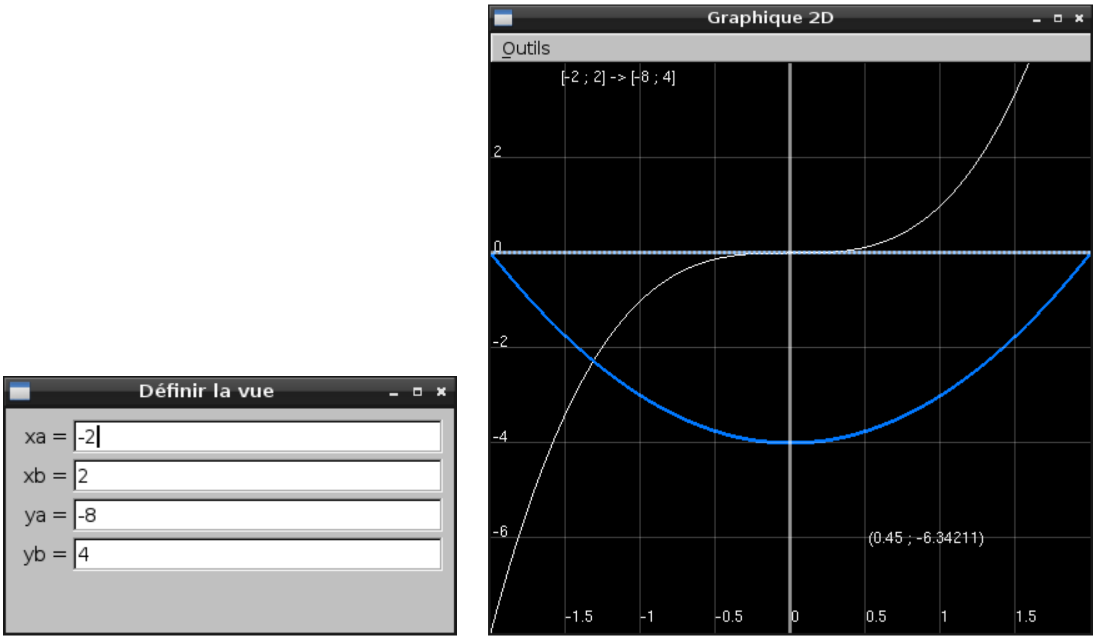

Fig. 9 – Changement du champ de vision et résultat.

Le bouton « Générer un polynôme au hasard » génère un polynôme aléatoire à une variable, de degré compris entre 0 et 8, et de coefficients compris entre -16 et 16. Les couleurs et l'épaisseur du graphe du polynôme sont également aléatoires. Son utilisation sert uniquement à gribouiller le graphique de polynômes qui en voient de toutes les couleurs. J'ai ajouté cette fonctionnalité un peu inutile en pensant à une amie qui adore les arts, mais hait les mathématiques et l'informatique.

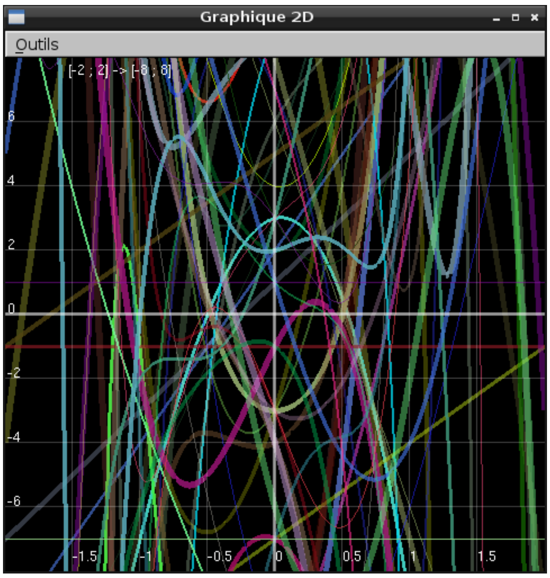

Fig. 10 – De l'art abstrait.

Il est également possible de changer d'autres aspects du graphique, dans `Outils > Préférences` de la fenêtre principale, l'onglet `Graphique`, comme la couleur du fond, ou bien le fait d'afficher ou non les graduations.

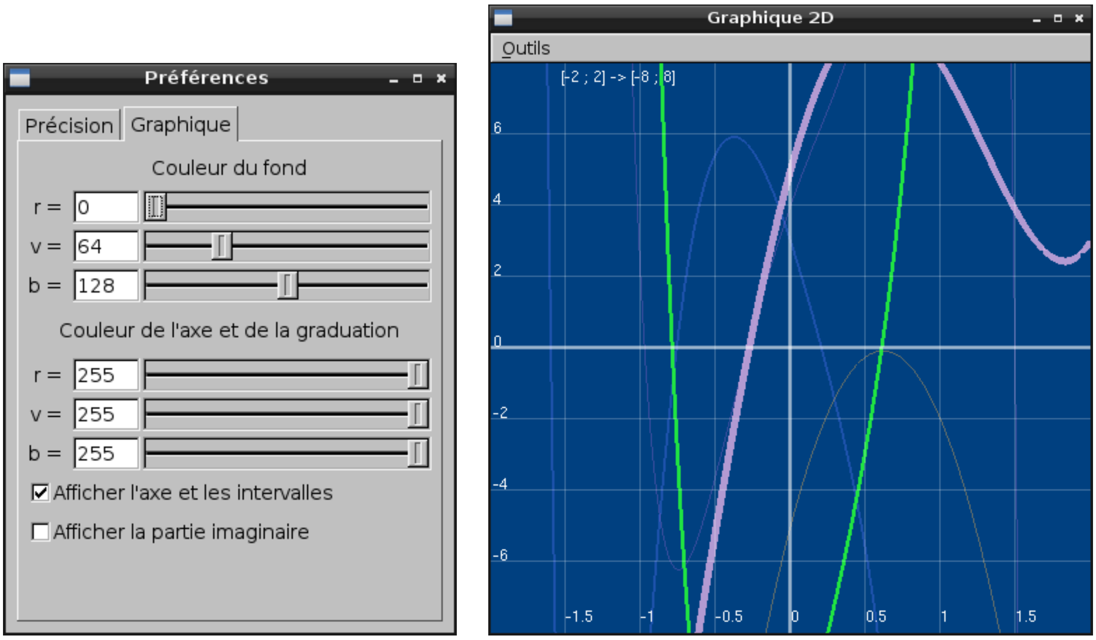

Fig. 11 – Paramètres du graphique, et résultat : un fond moins mélancolique.

2.2.3 Sauvegarde du graphique

Et une fonctionnalité très utile autant pour les artistes que pour les scientifiques, est la sauvegarde du graphique dans un fichier image vectoriel SVG. On y accède simplement dans la fenêtre du graphique : `Outils > Exporter en SVG`.

Fig. 12 – Il faut spécifier le nom du fichier dans la première case : ce fichier sera enregistré juste à côté de l'exécutable. Attention, si vous entrez un nom qui existe déjà : PolyCalc réécrira par dessus ! Les deux autres cases permettent de spécifier les dimensions en pixels de l'image.

Cet outil se révèle très pratique, d'une part si vous représentez des polynômes et que vous souhaitez le sauvegarder pour par exemple l'envoyer à quelqu'un, et d'autre part si vous êtes en panne d'inspiration pour votre fond d'écran : créez des dizaines de polynômes aléatoires, entrez la définition de votre moniteur dans les deux cases, enlevez l'affichage des axes dans `Outils > Préférences` de la fenêtre principale, l'onglet `Graphique`, choisissez un bon champ de vision, et enregistrez votre beau fond d'écran !

Les utilisateurs sous Linux ne devraient pas avoir de problème pour ouvrir les fichiers `SVG`. Pour les utilisateurs de Windows, vous pouvez normalement ouvrir le fichier dans un navigateur Internet, ou télécharger un outil comme `InkScape` ou `The Gimp` afin de voir et convertir le fichier vers un type supporté comme le format `PNG`.

2.3 Outils supplémentaires pour les polynômes

2.3.1 Calcul approximé des racines à l'aide de la méthode de Newton

`PolyCalc` propose quelques outils supplémentaires. Nous pouvons commencer par le calcul manuel et approximé des racines d'un polynôme réel à une variable à avec de la méthode de Newton. Soit le polynôme compliqué et généré au hasard $11x^6 - 16x^5 - 3x^4 - 6x^3 - 11x^2 + 8x + 13$. Si nous faisons sa représentation graphique, nous avons ceci :

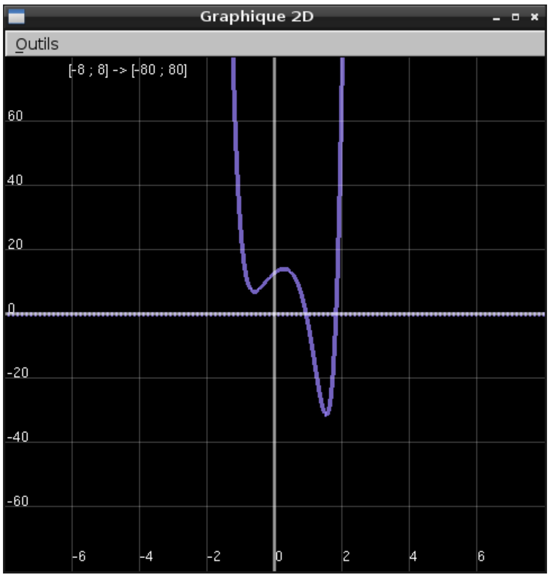

Fig. 13 – Représentation graphique de ce polynôme.

Nous voyons que ce polynôme a deux racines réelles, valant environ 1 et 2. En ouvrant la fenêtre `Outils > Méthode de Newton`, nous pouvons calculer des racines plus précises. Dans la case x_0, il faut entrer une approximation très grossière du polynôme, par exemple 1 si on souhaite calculer la première racine. Dans la deuxième case, il faut entrer le nombre d'itérations de l'algorithme souhaité : plus ce nombre est élevé, plus la réponse sera précise. Évitez cependant de mettre un nombre trop élevé, car le calcul pourrait être interminable suivant le polynôme. Voici le calcul des deux racines à l'aide de trois itérations :

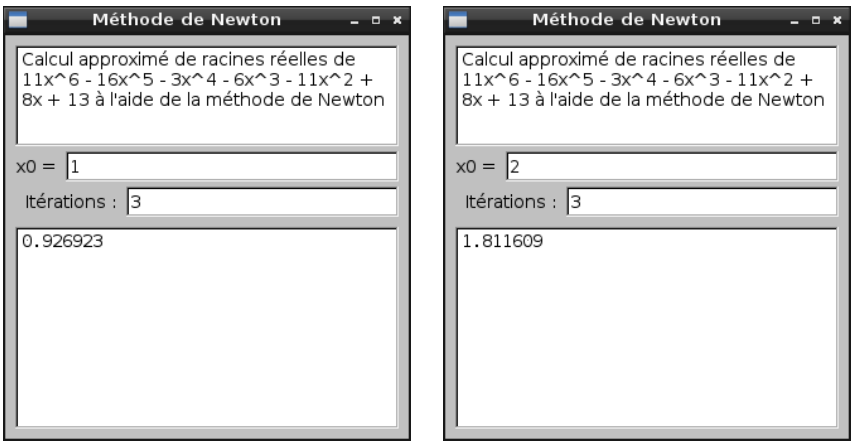

Fig. 14 – Le calcul des images de ces nombres donnent des nombres proches de zéro, et montrent que ces résultats sont proches des racines exactes du polynôme.

Il est possible de changer le nombre de décimales à l'aide de la fenêtre `Options > Préférences`. Il faut savoir que certaines valeurs initiales ne convergeront pas vers la valeur de la racine, au fur et à mesure qu'on augmente le nombre d'itérations. Dans ce cas, il faut modifier cette valeur jusqu'à ce que la réponse obtenue soit correcte.

2.3.2 Évaluation en un point

Un autre outil proposé par `PolyCalc` est l'évaluation de polynômes en un point. Dans `Outils > Évaluation`, vous ouvrez une fenêtre qui vous donne la possibilité de remplacer la variable du polynôme actuellement sélectionné.

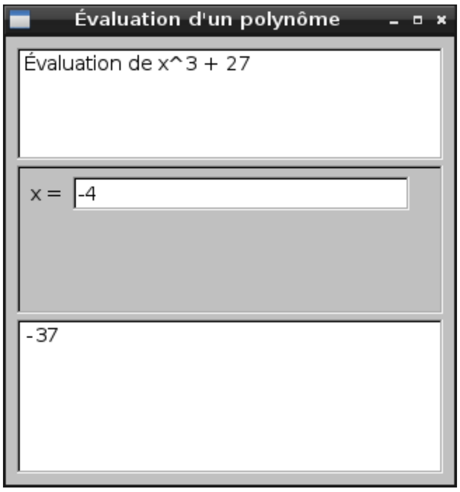

Fig. 15 – Il vous suffit d'entrer la valeur de la variable, et le polynôme sera évalué en valeur exacte en ce point (les classes de nombres arbitrairement grands et exacts d'`Algébra` sont utilisées). Comme d'habitude, la précision peut être modifiée avec `Options > Préférences`. Cela fonctionne avec les polynômes complexes et des points complexes. On a ici $(-4)^3+27 = -64+27 = -37$.

Les polynômes à plus d'une variable sont également supportés, et vous pouvez remplacer toutes les variables :

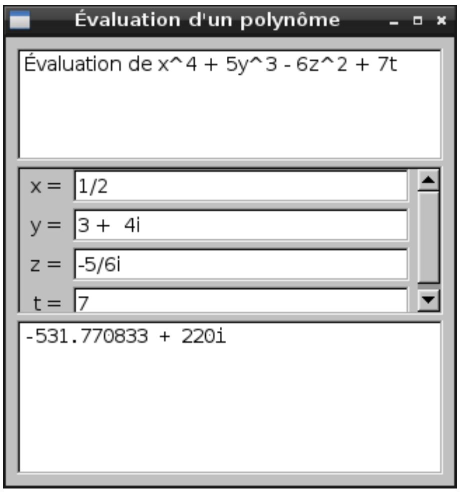

Fig. 16 – Évaluation de $x^4 + 5y^3 - 6z^2 + 7t$.

2.3.3 Évaluation sur des intervalles

Cet outil vous permet d'évaluer, non pas en un seul point, mais en plusieurs points d'un intervalle. Ceci peut être pratique pour générer des tableaux de valeurs :

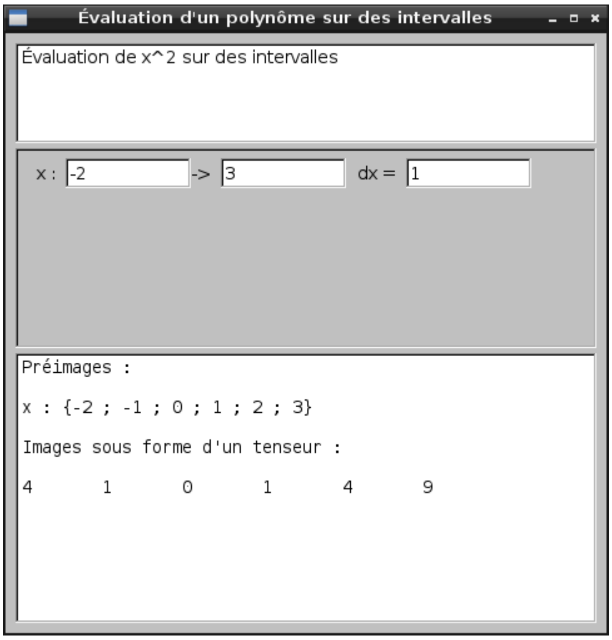

Fig. 17 – Évaluation de x^2. Dans la première case, on indique le début de l'intervalle, et dans la deuxième la fin. La troisième case permet d'exprimer le pas entre chaque point à évaluer. Dans cette figure, on a évalué des points de l'intervalle $[-2; 3]$, avec un pas de 1 entre chaque point. Les images et préimages sont alors affichées.

Comme avant, cela gère les polynômes à plusieurs variables, ce qui permet de montrer la puissance de la gestion des tenseurs par `Algébra` :

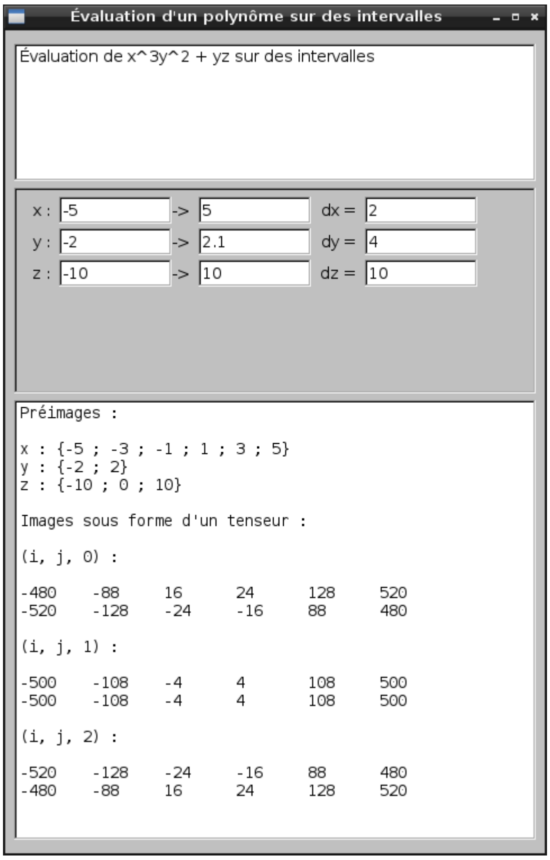

Fig. 18 – Évaluation de $x^3y^2 + yz$. Les préimages sont affichées sous la forme d'énumérations, et les images sous la forme d'un tenseur, ici d'ordre trois. Les colonnes représentent ici x, les lignes y, et les profondeurs z. On peut intuitivement faire la correspondance entre les préimages et les images : par exemple, l'image pour $x = -1$ (troisième élément), $y = 2$ (deuxième élément), et $z = -10$ (premier élément) se trouve à la troisième colonne, deuxième ligne, première profondeur : $(-1)^3(2)^2 + (2)(-10) = -24$.

Notez que pour des raisons de rapidité, les points ne sont pas évalués avec des nombres arbitrairement grands et exacts, et il n'est donc pas possible de changer leur précision.

2.3.4 Intégration définie

Un dernier outil est l'intégration définie d'un polynôme à une variable. Par exemple, on désire calculer $\int_{-3}^{8}(8x^2 - 2x + 28)dx$. On entre donc ce polynôme dans l'onglet des polynômes, et on ouvre la fenêtre `Outils > Intégration définie`. Dans cette fenêtre, on a juste à entrer les bornes, et le calcul se fait automatiquement.

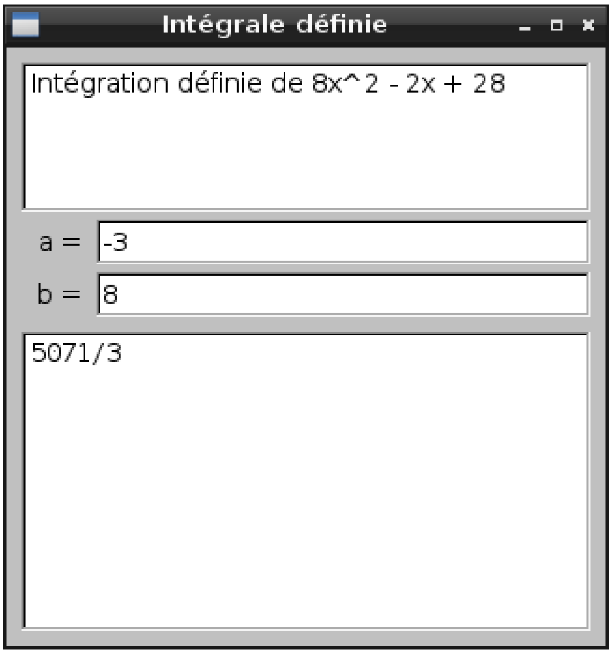

Fig. 19 – Calcul exact de $\int_{-3}^{8}(8x^2 - 2x + 28)dx$.

Comme d'habitude, on peut changer le nombre de décimales affichées, ou mettre en valeur exacte avec `Options > Préférences`.

3 Limites de PolyCalc

Quelques fonctionnalités utiles ne sont pas encore disponibles, entre autres :

- Pour le moment, seuls les polynômes sont entièrement gérés. On ne peut pas par exemple entrer ou afficher des fonctions trigonométriques.
- Il serait bien de proposer plus de fonctionnalités pour les polynômes à plusieurs variables.
- Seule la base décimale est gérée.
- Le calcul des opérations numériques contenant des racines (puissances non-entières) ne se fait pas correctement, ou pas du tout. Seuls les opérations ne contenant pas de telles puissances sont parfaitement gérés.
- Il n'est pas possible de sauvegarder une session afin de ne pas avoir à retaper des opérations ou des polynômes.
- On ne peut pas mettre un nombre en notation scientifique.

Ces fonctions devraient être implémentées dans des versions futures de `PolyCalc`/`Algébra`.